

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

შოთა ლეკაშვილი

ფერმის გადაგვარებული პლაზმა გარეშე
ელექტრომაგნიტურ ველში

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი,
ფიზიკის დეპარტამენტი, პლაზმის ფიზიკის ქვემომართულება

სამაგისტრო პროგრამა: „ფუნდამენტური ფიზიკა“
სპეციალიზაცია: „პლაზმის ფიზიკა“

მისანიჭებელი აკადემიური ხარისხი:
„ფიზიკის მაგისტრი“, სპეციალიზაცია: „პლაზმის ფიზიკა“

ხელმძღვანელი: პროფ., აკადემიკოსი ნოდარ ცინცაძე

თბილისი, 2014

სარჩევი:

პლაზმის განმარტება..... 4

პლაზმის პარამეტრები..... 5

კვაზინეიტრალობა. ლენგმიურის სიხშირე და დებაის რადიუსი..... 7

პლაზმური პარამეტრი..... 8

დიელექტრიკული შეღწევადობა დაუჯახებელ ერთგვაროვან იზოტროპულ პლაზმაში..... 11

დაუჯახებელი გადაუგვარებელი პლაზმის გასწვრივი რხევების სპექტრები..... 16

დაუჯახებელი გადაგვარებული პლაზმის გასწვრივი რხევები..... 21

დაუჯახებელი იზოტროპული პლაზმის განივი ტალღები..... 24

გადაგვარებული ფერმი პლაზმა გარეშე პარამეტრულ ელექტრომაგნიტურ ველში..... 27

დასკვნა.....33

ლიტერატურა

ანოტაცია

კვლევის მიზანია შესწავლილ იქნეს გადაგვარებული ფერმი პლაზმის თვისებები გარეშე პარამეტრული ელექტრომაგნიტური ველის მოდების დროს, ის თუ რა ცვლილებებს განიცდის დისპერსია კლასიკური შთანთქმის დეკრემენტი კლასიკური მაქსველის სტატისტიკით მიღებული შედეგებისგან.

Abstract

The goal of the work is to study qualities of degenerate Fermi-plasma under the influence of external parametric electromagnetic field, the changes that will occur in dispersion and wave absorption decrement in comparison to those results we know from classic plasma governed by Maxwell statistics.

1. პლაზმის განმარტება

პლაზმა არის ნივთიერების მეოთხე მდგომარეობა ისევე როგორც არსებობს მყარი სხეულები, თხევად და აირად მდგომარეობაში მყოფი ნივთიერებები. ძირითადად პლაზმისგან შედგებიან ისეთი ციური სხეულები როგორც ვარსკვლავები, გალაქტიკები, ა.შ. პირველად ტერმინი პლაზმა იქნა შემოთავაზებული ცნობილი ფრანგი მეცნიერის ი. ლენგმიურის მიერ 1923 წელს. პირველი განმარტება იყო დაკავშირებული იონიზებულ გაზთან რამაც დიდი შედეგი აჩვენა. მაშასადამე პლაზმა არის იონიზებული გაზი, რომელიც შედგება დიდი რაოდენობა დადებითად და უარყოფითად დამუხტული და რიგ შემთხვევებში აგრეთვე ნეიტრალური ნაწილაკებისგან. სწორედ დიდი რიცხვი დამუხტული ნაწილაკებისა გვადლევს ისეთ მახასიათებელ თვისებებს, რომელიც გვადლევს საბაზს განვმარტოთ პლაზმა როგორც ნივთიერების მეოთხე მდგომარეობა რომელსაც სრულებით განასხვავებენ გაზებისგან.

როგორც უკვე ითქვა პლაზმა გვხვდება პრაქტიკულად ყველგან, მათ შორის ის ბუნებრივ პირობებში გვხვდება აგრეთვე დედამიწაზეც - იონოსფეროში. ატმოსფეროს 300-500 კმ ინტერვალში დამუხტული ნაწილაკების კონცენტრაცია აღწევს მაქსიმუმს, და ატმოსფეროს ამ ფენას უწოდებენ იონოსფეროს. სწორად ეს ფენა გამოიყენება ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელებისთვის დედამიწის გარშემო, სატელევიზიო და რადიო სიგნალები გადაიცემა ამ შრის მეშვეობით. კიდევ უფრო დიდ სიმაღლეებზე დამუხტული ნაწილაკების რიცხვი იკლებს და ძალიან დიდ სიმაღლეზე ის უკვე ემსგავსება გაუხშოვებულ ინტერპლანეტურ პლაზმას. ციური სხეულების შემადგენელი ნივთიერება ძირითადად იმყოფება იონიზებულ მდგომარეობაში. ვარსკვლავებში და მათ შორის მზეშიც ხდება თერმობირთვული რეაქციები რის შედეგადაც ხდება უზარმაზარი ენერჯის გამოყოფა და პლაზმის გაცხელება. დღესდღეობით უამრავი მეცნიერი ფიქრობს იმაზე თუ როგორ შეიძლება განხორციელდეს მსგავსი მაღალ ტემპერატურული პლაზმა დედამიწის პირობებში, რომელიც თავის წილად გულისხმობს იმას, რომ უნდა მოეწყოს მართვადი თერმობირთვული სინთეზი და შესაბამისად მიიღონ ენერჯის ულევო წყარო. სწორად ამ ამოცანების დასმამ განაპირობა პლაზმის ფიზიკის პოპულარიზაცია და მისი გამოყოფა როგორც ფიზიკის ერთერთი განშტოება.

2. პლაზმის პარამეტრები

როგორც წინა თავში ვახსენეთ პლაზმა შედგება დამუხტული და ნეიტრალური ნაწილაკებისგან. დადებითად დამუხტული ნაწილაკები არიან დადებითი იონები (აირადი პლაზმა) და ხვრელები (მყარი სხეულის პლაზმა), ხოლო უარყოფითად დამუხტული ნაწილაკებია ელექტრონები და უარყოფითი იონები, თუმცა ეს უკანასკნელი დიდ როლს არ თამაშობს პლაზმურ მოვლენებში და როგორც წესი არის უგულვებელყოფილი. ნეიტრალური ნაწილი შედგება ატომებისა და მოლეკულებისგან ნორმალურ და სხვადასხვაგვარად აღზნებულ მდგომარეობებში. ვინაიდან პლაზმა არის აირადი ამიტომ მათი აღწერა შესაძლებელია იგივე საშუალებებით რაც გამოიყენება გაზის შესასწავლად. შემოვიღოთ პლაზმის პარამეტრები გამომდინარე მოლეკულურ-კინეტიკური წარმოდგენებიდან.

პირველ რიგში უნდა ვიცოდეთ სხვადასხვა ტიპის ნაწილაკების კონცენტრაციები N_α , სადაც α არის ნაწილაკის ტიპი. შემდგომში ყველა სიდიდე რომელიც იქნება დაკავშირებული ელექტრონთან აღნიშნება e ასოთი, იონების და ხვრელების შემთხვევაში იქნება აღნიშნული i ასოთი, ხოლო ნეიტრალური - n ინდექსით. ვინაიდან ჩვენ ატომების კვანტურ-მექანიკური თვისებები არ გვანტერესებს N_n ნაწილაკების ქვეშ ვიგულისხმებთ ყველა ნეიტრალურ ნაწილაკს, განურჩევლად იმისა ისინი იმყოფებიან აღზნებულ თუ ნორმალურ მდგომარეობებში. პლაზმის ერთერთი მახასიათებელი პარამეტრი არის ელექტრონების ნაწილაკების კონცენტრაციის თანაფარდობა ნეიტრალური ნაწილაკების კონცენტრაციასთან, რასაც უწოდებენ იონიზაციის ხარისხს $r = \frac{N_e}{N_n}$. იონიზაციის ხარისხის მიხედვით განასხვავებენ სუსტად იონიზებულ პლაზმას ($r < 10^{-2} - 10^{-3}$) და სრულად იონიზებულ პლაზმას ($r \rightarrow \infty$), ანუ პლაზმა რომელიც მხოლოდ დამუხტული ნაწილაკებისგან შედგება. ვინაიდან პლაზმაში გვაქვს სხვადასხვა ტიპის ნაწილაკები უნდა ვიცოდეთ მათი მუხტი e_α და მასა m_α . გაზურ პლაზმაში ელექტრონების მუხტი არის $e_\alpha \equiv e$, სადაც $e = 4.8 \cdot 10^{-10}$ CGS, მასა $m_e = m = 9.1 \cdot 10^{-28}$ გრამი. იონების მუხტი $e_\alpha = Ze$ (სადაც Z არის იონიზაციის ჯერადობა), მასა $m_i = M = A \cdot 1.66 \cdot 10^{-24}$ გრამი, სადაც A - შესაბამისი აირის ატომური

წონა. ნეიტრალური ნაწილაკებისთვის $e_n = 0$, ხოლო $m_i \approx m_n = M$. მყარი სხეულების პლაზმაში მუხტის მატარებლების (ელექტრონები და ხვრელები) მასები განსხვავდებიან თავისუფალი ელექტრონის მასისგან, ამიტომ მათ აღვნიშნავთ ხოლმდე როგორც m_e^* და m_i^* . მეტალებში $m_e^* \approx m_e$, ხოლო ნახევარ გამტარებში როგორც წესი $m_e^* \approx (0.01 - 0.1)m_e$, და $m_i^* \approx m_e$. უარყოფითი მატარებლების მუხტი უდრის ელექტრონის მუხტს ხოლო დადებითი მატარებლების მუხტი არის $e_i = -e$. ნაწილაკები რომლებისგანაც შედგება პლაზმა იმყოფებიან ქაოსურ სითბურ მოძრაობაში და ამიტომაც ამ მოძრაობის დასახასიათებლად შემოყავთ ტემპერატურა T მთლიანი პლაზმის ან მისი ცალკეული კომპონენტების T_α . ტემპერატურა შემოდის იმ დაშვებით, რომ პლაზმა მთლიანობაში იმყოფება თერმოდინამიკურ წონასწორობაში ხოლო ყველა სახის ნაწილაკების განაწილება სიჩქარეებით p_α არის მაქსველის ერთი და იგივე ტემპერატურით T . ამ შემთხვევაში პლაზმას ეწოდება იზოთერმული. უფრო ხშირად გვხვდება შემთხვევები როდესაც პლაზმაში არის ნაწილობრივი იზოთერმული წონასწორობა, როდესაც ცალკეულ კომპონენტებს აქვთ მაქსველის განაწილებები იმპულსებით განსხვავებული ტემპერატურებით:

$$f_{M\alpha} = \frac{N_\alpha}{(2\pi m_\alpha T_\alpha)^{3/2}} e^{-\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha T_\alpha}} \quad (2.1)$$

ასეთ პლაზმას ეწოდება არაიზოთერმული. ნაწილაკების მაქსველის განაწილების ფუნქციის შემთხვევაში ტემპერატურა T_α ახასიათებს ამ სორტის ნაწილაკების სითბური მოძრაობის საშუალო კინეტიკურ ენერგიას:

$$\frac{3}{2} \kappa T_\alpha = \left(\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} \right) \quad (2.2)$$

სადაც $\kappa = 1.38 \cdot 10^{-16}$ ერგ/გრად - ბოლცმანის მუდმივა; T_α - α სახის ნაწილაკების ტემპერატურა; v_α - α სახის ნაწილაკების ქაოსურად მოძრაობის სიჩქარე, სმ/წმ. მაშინაც კი სარგებლობენ პლაზმის ტემპერატურის ცნებით როდესაც ნაწილაკების განაწილების ფუნქცია განსხვავდება მაქსველის განაწილების ფუნქციისგან, და T_α -ს ქვეშ გულისხმობენ სიდიდეს განმარტებულს (2.2) თანაფარდობით. პლაზმის კომპონენტების ტემპერატურას ძირითადად გავზომავთ გრადუსებში აბსოლუტური შკალით, გარდა ამისა გამოვიყენებთ

ენერგეტიკულ საზომ ერთეულებს სადაც ბოლცმანის სიდიდე $\kappa = 1$, და T_α იზომება ელექტრონ-ვოლტებში ($1 \text{ ევ} = 11600 \text{ K} = 1.6 \cdot 10^{-12} \text{ ერგ}$).

რამდენადაც ჩვენთვის ცნობილია სტატისტიკური ფიზიკიდან, მაქსველის განაწილების გამოყენება არის შესაძლებელი მხოლოდ საკმარისად მაღალ ტემპერატურებზე, სადაც არ გვაქვს ფერმის გადაგვარება, რომელიც გამოწვეულია პაულის პრინციპით. ფერმის გადაგვარების მოვლენა შესაძლებელია მხოლოდ ნახევარი სპინის მქონე ნაწილაკებისთვის (ელექტრონები, ხვრელები და წყალბადის ატომის იონებისთვის) და ხდება საგრძნობი როდესაც ფერმის ენერგია აღემატება სითბურ ენერგიას:

$$\varepsilon_{F\alpha} = \frac{p_{F\alpha}^2}{2m_\alpha} = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 N_\alpha^{2/3}}{2m_\alpha} \gg \kappa T_\alpha \quad (2.3)$$

სადაც $p_{F\alpha} = (3\pi^2)^{1/3} \hbar N_\alpha^{1/3}$ - ზღვრული ფერმის იმპულსი, ხოლო $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \cdot 10^{-27} \text{ ერგ} \cdot \text{წმ}$ - პლანკის მუდმივა. ნაწილაკების იმპულსებით განაწილება გამოსახება შემდეგი გამოსახულებით:

$$f_{F\alpha} = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \left\{ e^{\left[\left(\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha} - \varepsilon_{F\alpha} \right) / T_\alpha \right]} + 1 \right\}^{-1}$$

ეწოდება ფერმის განაწილების ფუნქცია. უტოლობა (2.3) სრულდება შედარებით დაბალ ტემპერატურებზე და მაღალ კონცენტრაციებზე:

$$N_\alpha \gg 5 \cdot 10^{15} T_\alpha^{\frac{3}{2}} \left(\frac{m_\alpha}{m} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

გადაგვარებულ პლაზმაში ტემპერატურის ცნება როგორც ზომა ნაწილაკების საშუალო ქაოტური მოძრაობის კარგავს აზრს. ამ როლს თამაშობს ფერმის ენერგია $\varepsilon_{F\alpha} \approx 5 \cdot 10^{-27} N_\alpha^{\frac{2}{3}} \left(\frac{m}{m_\alpha} \right) \text{ ერგ}$, რომელიც არ არის დამოკიდებული პლაზმის ტემპერატურაზე და იზრდება ნაწილაკების კონცენტრაციასთან ერთად.

შევჩერდეთ პლაზმის ძირითადი პარამეტრების აბსოლუტურ მნიშვნელობებზე N_α და T_α კონკრეტულ პირობებზე დამოკიდებულებით.

3. კვაზინეიტრალობა. ლენგმიურის სიხშირე და დეზაის რადიუსი

მნიშვნელოვანია აღინიშნოს, რომ ყველანაირი იონიზებული აირი არ წარმოადგენს პლაზმას, საჭიროა რომ ის იყოს აგრეთვე კვაზინეიტრალური, ანუ საშუალოდ დიდ დროით მონაკვეთებზე და დიდ მანძილებზე იყოს მთლიანობაში ნეიტრალური. ახლა გავარკვიოთ თუ რა დროით მონაკვეთებზე და მასშტაბებზე უნდა იყოს პლაზმა ნეიტრალური. კვაზინეიტრალობის მოთხოვნა უკავშირდება ელექტრონების და იონების კონცენტრაციას:

$$\sum_{\alpha} e_{\alpha} N_{\alpha} = 0$$

სადაც e_{α} , N_{α} – α ტიპის ნაწილაკის მუხტი და კონცენტრაციაა. მაშინ როდესაც პლაზმაში გვაქვს ერთი ტიპის ერთჯერადად იონიზებული იონები, ეს პირობა ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$N_e = N_i$$

იმიტომ, რომ ელექტრონის მუხტი $e = e_i$. შევაფასოთ მუხტების დროითი განცალგება. წარმოვიდგინოთ, რომ პლაზმის რომელიღაც ელექტრონი გადაიხარა თავისი წონასწორული მდგომარეობიდან. ამ დროს წარმოიქმნება მისი დამაბრუნებელი ძალა, რომელიც უდრის ნაწილაკების ერთმანეთთან ურთიერთქმედების საშუალო ძალას, ანუ $F \approx \frac{e^2}{r_{\omega\bar{\omega}}^2}$, სადაც $r_{\omega\bar{\omega}} = \left(\frac{3}{4\pi N_e}\right)^{1/3}$. შესაბამისად ელექტრონი დაიწყებს რხევას მისი წონასწორული მდგომარეობის მახლობლად შემდეგი სიხშირით

$$\omega \approx \sqrt{\frac{F}{mr_{\omega\bar{\omega}}}} \approx \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_e}{3m}} \sim \omega_{Le}$$

სადაც სიდიდეს

$$\omega_{Le} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_e}{m}}$$

ეწოდება ლენგმიურის სიხშირე, იგივე პლაზმური სიხშირე, და არის საკმაოდ მნიშვნელოვანი პლაზმის მახასიათებელი პარამეტრი. ცხადია ლენგმიურის სიხშირის უკუპროპორციული სიდიდე არის დროითი დაშორება ნაწილაკებს შორის:

$$\tau = 1/\omega_{Le}$$

ვინაიდან $t \gg \tau$ ნაწილაკები შეასრულებენ ბევრ რხევას მათი წონასწორული მდგომარეობის გარშემო და პლაზმა მთლიანობაში მოიქცევა როგორც კვაზინეიტრალური სტრუქტურა. პლაზმური სიხშირე არ არის დამოკიდებული ტემპერატურაზე ამიტომ ის ერთნაირია გადაგვარებელი და გადაუგვარებელი პლაზმისთვის: $\omega_{Le} \approx \sqrt{3 \cdot 10^9 N_e}$, ნახევარგამტარული პლაზმისთვის $\omega_{Le} \sim \sqrt{3 \cdot 10^9 N_e \frac{m}{m_e}}$. მაგალითად იონოსფეროს F-შრის პლაზმური სიხშირე $\omega_{Le} \approx 5 \cdot 10^7 \text{ წმ}^{-1}$.

ახლა განვიხილოთ ნაწილაკების დაშორების სივრცული მასშტაბი. მარტივი ფიზიკური მოსაზრებების გამო ცხადია, რომ მისი სიდიდე განისაზღვრება მანძილით, რომელზეც შეუძლია წაინაცვლოს სიმკვრივის შემფოთებით მათი სითბური მოძრაობიდან გამომდინარე დროში რომელიც პლაზმური რხევების ტოლია. შესაბამისად სივრცული მასშტაბი ნაწილაკების ერთმანეთისგან დაშორების გადაგვარებულ პლაზმაში ტოლია:

$$d \approx \frac{v_{Te}}{\omega_{Le}} = \sqrt{\frac{\kappa T_e}{4\pi e^2 N_e}} = r_{De}$$

სადაც $v_{Te} = \sqrt{\frac{\kappa T_e}{m}}$ - ელექტრონების სითბური მოძრაობის სიჩქარე, ხოლო სიდიდე

$$r_{De} = \sqrt{\frac{\kappa T_e}{4\pi e^2 N_e}} \approx 7 \sqrt{\frac{T(K)}{N_e (\text{სმ}^{-3})}} [\text{სმ}]$$

ატარებს ელექტრონული დეზაის რადიუსის სახელს და პლაზმის ფიზიკაში თამაშობს უმნიშვნელოვანეს როლს. გადაგვარებულ პლაზმაში ელექტრონების ქაოსური მოძრაობის ენერჯია წარმოადგენს ფერმის ენერჯიას, შესაბამისად უკანასკნელ განტოლებაში κT_e უნდა შეიცვალოს \mathcal{E}_{Fe} .

$$r_{De} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}_{Fe}}{4\pi e^2 N_e}}$$

მაშასადამე პლაზმის კვაზინეიტრალობისთვის საჭიროა, რომ მისი მახასიათებელი ზომები L იყოს ბევრად უფრო დიდი ვიდრე დეზაის რადიუსი:

$$L \gg r_{De}$$

მხოლოდ ამ პრიობის შემთხვევაში დამუხტულ ნაწილაკთა სისტემას შეგვიძლია ვუწოდოთ პლაზმა, ანუ მატერიალური გარემო ახალი ხარისხობრივი თვისებებით. სხვაგვარად გვაქვს უბრალო ერთობლიობა დამუხტული ნაწილაკებისა რომელსადმი შესაძლებელია ვაკუუმის ელექტროდინამიკის გამოყენება. მაგალითისთვის იონოსფეროში $r_{De} \approx 10^{-1}$ სმ, მყარი სხეულის პლაზმისთვის $r_{De} \approx 10^{-5} - 10^{-7}$ სმ.

4. პლაზმური პარამეტრი.

ზემოთ ნახსენებ პლაზმის განმარტებაში ჩვენ აღვწერეთ ის როგორც დამუხტული ნაწილაკების გაზი. მაგრამ გაზად არ შეიძლება ჩაითვალოს ნაწილაკთა ყველა სისტემა. დამუხტული ნაწილაკების ერთობლიობა ქმნის გაზს, ან მისთვის დასაშვებია გაზური მიახლოება, თუ კი ნაწილაკების საშუალო პოტენციური ენერგია ნაკლებია საშუალო კინეტიკურ (სითბურ) ენერგიაზე. მხოლოდ ამ შემთხვევაში ნაწილაკები არიან თითქმის თავისუფლები და სუსტად ურთიერთქმედებენ ერთმანეთთან. კულონურად ურთიერთქმედ ნაწილაკებისთვის ეს ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$\frac{e^2}{r_{\text{სშ}}} \sim e^2 N^{1/3} \ll \kappa T$$

ამ უტოლობასთან დაკავშირებულია პლაზმის მნიშვნელოვანი მახასიათებელი:

$$\eta = \frac{e^2}{r_{\text{სშ}} \kappa T} = \frac{e^2 N^{1/3}}{\kappa T} \sim \frac{e^2 4\pi e^2 N}{r_{\text{სშ}} \kappa T 4\pi e^2 N} \sim \frac{r_{\text{სშ}}^2}{r_{De}^2} \ll 1$$

η სიდიდეს ეწოდება პლაზმური პარამეტრი, და გაზური მიახლოების დაშვება დაიყვანება შემდეგ მოთხოვნაზე: $\eta \ll 1$. აღნიშნული კი იმას ნიშნავს რომ ნაწილაკებს შორის საშუალო მანძილი უნდა იყოს დეზაის რადიუსზე ნაკლები, ანუ დეზაის რადიუსის მქონე სფეროში უნდა იმყოფებოდეს რამოდენიმე ნაწილაკი. გადაგვარებულ პლაზმაში პლაზმური პარამეტრი ტოლია პოტენციური ენერგიის თანაფარდობა ფერმის ენერგიასთან. აქედან გამომდინარე, გადაუგვარებელ პლაზმაში გაზურ მიახლოებას მით უფრო იოლად ვაღწევთ რაც ნაკლებია დამუხტულ ნაწილაკთა კონცენტრაცია, ხოლო გადაგვარებული პლაზმის შემთხვევაში დამუხტულ ნაწილაკთა ზრდასთან ერთად მით უფრო უკეთ გამოიყენება გაზური მიახლოება.

5. დიელექტრიკული შეღწევადობა დაუჯახებელ ერთგვაროვან იზოტროპულ პლაზმაში

ახლა როდესაც უკვე ვიცით პლაზმის გაზური მოდელი შეგვიძლია გადავიდეთ მისი ელექტრომაგნიტური თვისებების შესწავლაზე. დავიწყოთ უმარტივესი შემთხვევით - სივრცულად ერთგვაროვანი იზოტროპული პლაზმით. უფრო მეტიც, თუ ჩავთვლით, რომ დაჯახებები პლაზმაში არის მცირე, შესაბამისად პირველ მიახლოებაში შეგვიძლია ისინი საერთოდ უგულებელვყოთ და მივიღოთ გამოსახულება დიელექტრიკული შეღწევადობისთვის გამომდინარე კინეტიკური განტოლებებიდან თვითშეთანხმებული ველით (ვლასოვის განტოლებები). ცხადია რომ ასეთი მიახლოება სამართლიანია პროცესების აღსაწერად, რომლებიც მიმდინარეობენ თავისუფალი განარბენის დროზე უფრო სწრაფად ან რომლებსაც გააჩნია თავისუფალი განარბენის სიგრძეზე ნაკლები სივრცული მასშტაბი. ამიტომაც პლაზმას ეწოდება დაუჯახებელი.

სივრცულად ერთგვაროვან, იზოტროპულ და დაუჯახებელ პლაზმაში, ელექტრომაგნიტური ველების არარსებობის შემთხვევაში ნაწილაკების განაწილების ფუნქციები შესაძლოა იყვნენ იმპულსის მოდულის $|p|=p$ ფუნქციები. ამ თავში დავუშვებთ, რომ ნაწილაკების განაწილებას გადაუგვარებელ პლაზმაში აქვს მაქსველის განაწილების სახე ტემპერატურით T_α და სიმკვრივე N_α :

$$f_{0\alpha}(p) = f_{M\alpha}(p) = \frac{N_\alpha}{(2\pi m_\alpha T_\alpha)^{3/2}} e^{\frac{-p_\alpha^2}{2m_\alpha T_\alpha}} \quad (5.1)$$

თუ პლაზმა არის გადაგვარებული და ფერმის ენერგია $\mathcal{E}_{F\alpha} = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 N_\alpha^{2/3}}{2m_\alpha} > T_\alpha$ განაწილებას აქვს ფერმის განაწილების სახე:

$$f_{0\alpha}(p) = f_{F\alpha}(p) = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{e^{(\mathcal{E}-\mathcal{E}_{F\alpha})/T_\alpha} + 1} \quad (5.2)$$

სადაც $\mathcal{E} = \frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}$, როცა $T_\alpha \rightarrow 0$ ეს განაწილება იღებს შემდეგ სახეს:

$$f_{0\alpha} = \begin{cases} \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} & \text{როცა } p \leq p_{F\alpha} = (3\pi^2)^{1/3} \hbar N_\alpha^{1/3} \\ 0 & \text{როცა } p > p_{F\alpha} \end{cases} \quad (5.2a)$$

თუკი $T_\alpha \gg \varepsilon_{F\alpha}$, მაშინ ის ემთხვევა მაქსველის განაწილებას (5.1). იმისთვის, რომ გამოვითვალოთ პლაზმის დიელექტრიკული შეღწევადობა, აუცილებელია ვიპოვოთ დამუხტულ ნაწილაკთა ფუნქციათა გადახრები წონასწორული $f_{0\alpha}(p)$ მნიშვნელობიდან, რომლებიც წარმოიქმნება პლაზმაში მცირე ელექტრული $\vec{E}(t, \vec{r})$ და მაგნიტური $\vec{B}(t, \vec{r})$ ველის ზემოქმედების ქვეშ, რომელთა წარმოქმნაც განპირობებულია წონასწორული ერთგვაროვანი პლაზმის შემფოთებით. შემფოთებული განაწილების ფუნქცია წარმოვადგინოთ როგორც

$$f_\alpha(\vec{p}, \vec{r}, t) = f_{0\alpha}(p) + \delta f_\alpha(\vec{p}, \vec{r}, t) \quad (5.3)$$

დავუშვათ რომ განაწილების ფუნქციების შემფოთება $\delta f_\alpha(\vec{p}, \vec{r}, t)$, აგრეთვე \vec{E} და \vec{B} ველების შემფოთება მცირეა. უკანასკნელი გამოსახულების ვლასოვის კინეტიკურ განტოლებაში ჩასმით და მეორე რიგის წევრების უგულებელყოფით, მივიღებთ გაწვრივებულ კინეტიკურ განტოლებას განაწილების ფუნქციის შემფოთების გასაგებად:

$$\frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial r} + e_\alpha \vec{E} \frac{\partial f_{0\alpha}(p)}{\partial p} = 0 \quad (5.4)$$

ძირითად მდგმარეობაში პლაზმა კვაზინეიტრალურია და მასში არ გვაქვს დენის და მუხტის სიმკვრივეები. \vec{E} და \vec{B} ველების ზემოქმედებით პლაზმაში წარმოიქმნებიან ინდუცირებული მუხტები და დენები, რომლებიც განისაზღვრებიან შემფოთებული განაწილების ფუნქციის მიერ. ინდუცირებული მუხტის და დენის სიმკვრივეები პლაზმაში არის

$$\rho = \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha d\vec{p} = \sum_\alpha e_\alpha \int \delta f_\alpha d\vec{p} \quad (5.5)$$

$$\vec{j} = \sum_\alpha e_\alpha \int \vec{v} f_\alpha d\vec{p} = \sum_\alpha e_\alpha \int \vec{v} \delta f_\alpha d\vec{p}$$

ყველა შემფოთებული სიდიდე (5.4) განტოლებაში წარმოვიგდინოთ $\exp(ikx - i\omega t)$ - ის პროპორციულად და შედეგად მივიღებთ:

$$\delta f_\alpha = -i \frac{e_\alpha \vec{E} \frac{\partial f_{\alpha\alpha}}{\partial \vec{p}}}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \quad (5.6)$$

ამ გამოსახულების (5.5)-ში ჩასმით განვსაზღვროთ ინდუცირებული დენის სიმკვრივე და პლაზმის გამტარობის ტენზორი:

$$j_i = -i \sum_\alpha e_\alpha^2 \int d\vec{p} \frac{v_i E_i \frac{\partial f_{\alpha\alpha}}{\partial \vec{p}}}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \equiv \sigma_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j \quad (5.7)$$

ან

$$\sigma_{ij}(\omega, \vec{k}) = -i \sum_\alpha e_\alpha^2 \int d\vec{p} \frac{v_i \frac{\partial f_{\alpha\alpha}}{\partial p_j}}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \quad (5.8)$$

ახლა განვსაზღვროთ გამტარობის ტენზორი $\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$:

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) = \delta_{ij} + \frac{i}{\varepsilon_0 \omega} \sigma_{ij}(\omega, \vec{k}) = \delta_{ij} + \sum_\alpha \frac{e_\alpha^2}{\omega \varepsilon_0} \int d\vec{p} \frac{v_i \frac{\partial f_{\alpha\alpha}}{\partial p_j}}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \quad (5.9)$$

(5.7)-(5.9) გამოსახულებებში ჯამი იგულისხმება პლაზმის ყველა ტიპის დამუხტული ნაწილაკის მიხედვით. დაუჯახებელი პლაზმის შემთხვევაში პლაზმის ნეიტრალური ნაწილაკები ელექტრომაგნიტურ მოვლენებში მონაწილეობას არ იღებენ.

მეორე საკითხი რომელსაც აგრეთვე უნდა გაეცეს პასუხი არის პოლუსების არსებობა ინტეგრალქვეშ გამოსახულებებში (5.7)-(5.9) იმ დროს როცა $\omega = kv$. თუ შესაძლებელია ამ ტოლობის არსებობა $\omega = kv$, მაშინ (5.7)-(5.9) გამოსახულებებს არ გააჩნიათ ზუსტი შინაარსი, იმიტომ, რომ ინტეგრირების შედეგი დამოკიდებულია ინტეგრირების წესზე. ამ უზუსტობის აღმოსაფხვრელად საჭიროა გავითვალისწინოთ, რომ განაწილების ფუნქციის შემფოთება $\delta f_\alpha(\vec{p}, \vec{r}, t)$ უნდა ქრებოდეს როცა $t \rightarrow -\infty$. მიღებულ დროით დამოკიდებულებაში $\delta f_\alpha \sim \exp(-i\omega t)$ ასეთი გაქრობა δf_α -სი ნიშნავს ω -ს თუნდაც მცირე დადებითი წარმოსახვითი ნაწილის არსებობას k -ს ნამდვილი მნიშვნელობებისთვის. ცხადია ω -ს მცირე წარმოსახვითი ნაწილის არსებობის შემთხვევაში ინტეგრალქვეშა ფუნქციის პოლუსები უკანასკნელ 3 გამოსახულებაში არ იქნებიან ω -ს ნამდვილ ღერძზე, რომლის გასწრვივაც ხდება ინტეგრება, არამედ წაინაცვლებენ ზედა ნახევარსიბრტყეში.

ეს არის ლანდაუს პოლუსის შემოვლის წესი, შემოვლა უნდა მოხდეს ქვემოდან, ინტეგრების ჩატარებით არა ნამდვილ ღერძზე არამედ C კონტურის გასწვრივ.

ვისარგებლოთ ცნობილი თანაფარდობით

$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{1}{x + iv} = \frac{\mathcal{P}}{x} - i\pi\delta(x) \quad (5.10)$$

სადაც \mathcal{P} სიმბოლო ნიშნავს რომ გამორჩეულობა წერტილში $x=0$ უნდა ჩავთვალოთ როგორც მთავარი მნიშვნელობა და ჩავწეროთ (5.9) შემდეგი სახით:

$$\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}^2}{\varepsilon_0 \omega} \int d\vec{p} v_i \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p_j} \left[\frac{\mathcal{P}}{\omega - \vec{k}\vec{v}} - i\pi\delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) \right] \quad (5.11)$$

ამ გამოსახულების პირველი შესაკრები იძლევა დიელექტრიკული შეღწევადობის ტენზორის მთელ ნაწილს, ხოლო მეორე შესაკრები იძლევა წარმოსახვითს, რომელიც არის პასუხისმგებელი ტალღების ჩახშობაზე პლაზმაში. აქედან ჩანს რომ პლაზმაში ჩახშობაზე არიან პასუხისმგებელი ის ნაწილაკები რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას $\omega = \vec{k}\vec{v}$. ეს ასეც შეგვიძლია ჩავწეროთ $\frac{\omega}{k} = c = v \cos\theta$ სადაც θ არის კუთხე k და v -ს შორის, v_{ϕ} კი ფაზური სიჩქარე. ეს პირობა კი წააგავს ჩერენკოვის გამოსხივების პირობას. განვიხილოთ ნაწილაკები რომლებიც მოძრაობენ ფაზურ სიჩქარეზე უფრო დიდი სიჩქარით. ეს ნაწილაკები რომლებიც ეწევიან ტალღას მუხრუჭებებიან მისი ელექტრული ველის მიერ, ანუ გადაცემენ ენერგიას ტალღას. ხოლო ის ნაწილაკები რომლებიც მოძრაობენ ფაზურ სიჩქარეზე ნაკლები სიჩქარით ჩქარდებიან ტალღის პოტენციალური ბარიერის მიერ, შესაბამისად ართმევენ ტალღას ენერგიას. სიჩქარეთა ინტერვალის სიგანე არის ერთი და იგივე უფრო ჩქარი და უფრო ნელი ნაწილაკებისთვის. თუ პლაზმაში ნაწილაკების განაწილება არის ნორმალური მაშინ უფრო მაღალი სიჩქარის მქონე ნაწილაკის აღმოჩენის ალბათობა უფრო მეტია ვიდრე ფაზურ სიჩქარეზე დაბალი სიჩქარის მქონე ნაწილაკების. ამის გამო, დროთა განმავლობაში ხდება ტალღის ჩახშობა. თუ განაწილება არ არის ნორმალური და არის ისეთი ტიპის სადაც წარმოებული არის დადებითი მაშინ ხდება ელექტრომაგნიტური ტალღების გაძლიერება.

იზოტროპული პლაზმის შემთხვევაში ტენზორი $\varepsilon_{ij}(\omega, k)$ შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) = \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \varepsilon^{tr}(\omega, k) + \frac{k_i k_j}{k^2} \varepsilon^l(\omega, k)$$

სადაც

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}^2}{\omega k^2 \varepsilon_0} \int dp \frac{(\vec{k}\vec{v})^2}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial \varepsilon_{\alpha}} \quad (5.13)$$

$$\varepsilon^{tr}(\omega, k) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha}^2}{2\varepsilon_0 \omega k^2} \int dp \frac{[\vec{k}\vec{v}]^2}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial \varepsilon_{\alpha}}$$

არიან შესაბამისად გასწვრივი და განივი დიელექტრიკული შეღწევადობები, ხოლო $\varepsilon_{\alpha} - \alpha$ ტიპის ნაწილაკის ენერგია.

მაქსველის არარელატივისტური განაწილების შემთხვევაში (5.1) შემავალი (5.13) ინტეგრალები დაითვლებიან ბოლომდე:

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{L\alpha}^2}{k^2 v_{T\alpha}^2} \left[1 - J + \left(\frac{\omega}{k v_{T\alpha}} \right) \right] \quad (5.14)$$

$$\varepsilon^{tr}(\omega, k) = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{L\alpha}^2}{\omega^2} J + \left(\frac{\omega}{k v_{T\alpha}} \right)$$

აქ

$$J_+(x) = x e^{-x^2/2} \int_{i\infty}^x d\tau e^{\tau^2/2} = -i \sqrt{\frac{\pi}{2}} x W\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (5.15)$$

$W(x)$ ფუნქცია არის ცნობილი. შემდგომში დაგვჭირდება $J_+(x)$ ფუნქციის ასიმპტოტური მნიშვნელობები.

$$J_+(x) = 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} + \dots - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} x e^{-x^2/2} \quad (5.16)$$

(როცა $|x| \gg 1$, $|\operatorname{Re}x| \gg |\operatorname{Im}x|$);

$$J_+(x) \approx i \sqrt{\frac{\pi}{2}} x \quad (\text{როცა } |x| \ll 1)$$

$$J_+(x) = -i \sqrt{2\pi} x e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (\text{როცა } |x| \gg 1, |\operatorname{Im}x| \gg |\operatorname{Re}x|, \operatorname{Im}x < 0)$$

რის საფუძველზეც იქნება ჩატარებული რხევების სპექტრის ანალიზი და აგრეთვე შეფასდება ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელება პლაზმაში. აგრეთვე შეგვიძლია

მარტივად გამოვითვალოთ დიელექტრიკული შეღწევადობები გადაგვარებული გაზის, ფერმის განაწილების ფუნქციის მეშვეობით (5.2). ფერმის განაწილების შემთხვევაში

$$\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial \varepsilon_\alpha} = -\frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{F\alpha}) \quad (5.17)$$

(5.13)-დან ვპოულობთ

$$\begin{aligned} \varepsilon^l(\omega, k) &= 1 + \sum_\alpha \frac{3\omega_{L\alpha}^2}{k^2 v_{F\alpha}^2} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega}{k v_{F\alpha}} \ln \frac{\omega + k v_{F\alpha}}{\omega - k v_{F\alpha}} \right] \\ \varepsilon^{tr}(\omega, k) &= 1 - \sum_\alpha \frac{3\omega_{L\alpha}^2}{2\omega^2} \left[1 + \left(\frac{\omega^2}{k^2 v_{F\alpha}^2} - 1 \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\omega}{k v_{F\alpha}} \ln \frac{\omega + k v_{F\alpha}}{\omega - k v_{F\alpha}} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

სადაც $v_{F\alpha} = \frac{p_{F\alpha}}{m_\alpha} = \frac{(3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \hbar N_\alpha^{\frac{1}{3}}}{m_\alpha} - \alpha$ ტიპის ნაწილაკების სიჩქარე ფერმის ზედაპირზე, ანუ $p_{F\alpha}$

იმპულსით. აგრეთვე აღვნიშნოთ რომ (5.14) და (5.18) ფორმულებში აჯამვა ხდება ყველა ტიპის დამუხტული ნაწილაკის მიხედვით, ვინაიდან მოცემულია, რომ პლაზმა ან მთლიანად გადაუგვარებელია (5.14) ან მთლიანად გადაგვარებულია (5.18). თუ პლაზმაში ნაწილი ნაწილაკების არის გადაუგვარებელი და მეორე ნაწილი გადაგვარებული მაშინ დიელექტრიკული შეღწევადობა გამოითვლება როგორც (5.14) და (5.18) გამოსახულებათა ჯამი.

6. დაუჯახებელი გადაუგვარებელი პლაზმის გასწვრივი რხევების სპექტრები.

შევისწავლოთ ელექტრომაგნიტური ტალღები ერთგვაროვან იზოტროპულ პლაზმაში და გამოვიყენოთ დიელექტრიკული შეღწევადობის გამოსახულებები დაუჯახებელი პლაზმისთვის. გადაუგვარებელი პლაზმისთვის დისპერსიულ განტოლებას აქვს შემდეგი სახე

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \sum_\alpha \frac{\omega_{L\alpha}^2}{k^2 v_{T\alpha}^2} \left[1 - J + \left(\frac{\omega}{k v_{T\alpha}} \right) \right] = 0 \quad (6.2)$$

განტოლება (6.2) არის ტრანსცედენტური და გააჩნია ბევრი კომპლექსური ამონახსენი $\omega(k)$. განვიხილოთ მათ შორის ყველაზე საინტერესო, სუსტად მიღვეადი რხევების შესაბამისი:

1. სწრაფი ტალღების არე, რომელთა ფაზური სიჩქარეც ბევრად მეტია დამუხტული ნაწილაკების სითბურ სიჩქარეებზე:

$$\frac{\omega}{k} \gg v_{Te}, v_{Ti} \quad (6.2)$$

ასიმპტოტური წარმოდგენის გამოყენებით (5.16) , $I_+(x)$ -ისთვის, დისპერსიული განტოლება სუსტად მიღევადი ტალღებისთვის $Re\omega \gg Im\omega$ ჩავწერთ შემდეგი სახით

$$\varepsilon^l(\omega, k) \approx 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} \left(1 + 3 \frac{k^2 v_{Te}^2}{\omega^2} \right) + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega \omega_{Le}^2}{k^3 v_{Te}^3} e^{-\frac{\omega^2}{2k^2 v_{Te}^2}} = 0 \quad (6.3)$$

იონების წვლილი უგულვებელყოფილია, რადგან ის აქტუალურია მხოლოდ მაშინ როცა $T_i \gtrsim T_e \frac{M^2}{m^2}$, ანუ მაშინ როდესაც იონების ტემპერატურა n რიგით უფრო დიდია ვიდრე ელექტრონებისა. ჩვენ ზემოთ განვიხილეთ პლაზმაში ელექტრონებისა და იონების ტემპერატურები და შეგვიძლია ვთქვათ რომ T_i/T_e მსგავსი თანაფარდობა ბუნებაში არ გვხვდება. შესაბამისად შეგვიძლია ჩავთვალოთ რომ ამ შემთხვევაში პლაზმა არის ელექტრონული, იონები კი მხოლოდ მუხტის კომპენსაციას აკეთებენ.

ვინაიდან $\frac{\omega}{kv_{Te}} \gg 1$, (6.3)-ის წარმოსახვითი წევრი ექსპონენციალურად მცირდება და განტოლების ამოხსნისთვის უნდა ვისარგებლოთ სპექტრის ამოცნობის მეთოდით სუსტად მიღევად რხევებში. დავუშვათ რომ ტალღის სიხშირეს გააჩნია წარმოსახვითი ნაწილი $\delta(\omega \rightarrow \omega + i\delta)$. მაშინ ω -ს ნამდვილი განისაზღვრება განტოლებიდან

$$Re\varepsilon^l(\omega, k) = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} \left(1 + 3 \frac{k^2 v_{Te}^2}{\omega^2} \right) = 0 \quad (6.4)$$

საიდანაც

$$\omega^2 = \omega_{Le}^2 (1 + 3k^2 r_{De}^2) \quad (6.5)$$

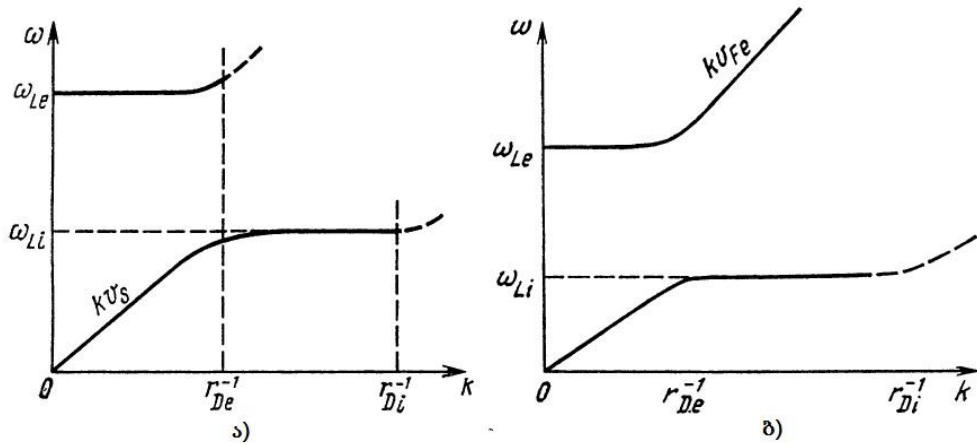
აქ არის გაკეთებული დაშვება რომ $\omega \approx \omega_{Le}$, ამიტომ მცირე შესაკრებში ω

ჩავანაცვლოთ ω_{Le} . ვინაიდან (6.2) უტოლობები ითვლებიან შესრულებულად, ფრჩხილებში მეორე წევრი (6.5) გამოსახულების არის მცირე შესწორება, ანუ $k^2 r_{De}^2 \ll 1$. აქედან გამომდინარე, სუსტად მიღევადი სწრაფ გასწვრივ რხევებს პლაზმაში აქვთ ტალღის სიგრძე $\lambda \sim \frac{1}{k} \gg r_{De}$. გასწვრივ ტალღებს სპექტრით (6.5) ეწოდებათ ელექტრონული პლაზმური ტალღები ან უბრალოდ პლაზმური ტალღები. ისინი წარმოქმნიან მაღალსიხშირულ $\omega > \omega_{Le}$ შტოს გრძელ ტალღების იზოტროპულ პლაზმაში, რომელსაც აგრეთვე ეძახიან ელექტრონული რხევების შტო, რადგანაც როგორც შევნიშნეთ პლაზმურ რხევებში იონებს წვლილი შეგვიძლია უგულებელვყოთ და განვიხილოთ პლაზმა სიხშირეთა ამ არეში როგორც მხოლოდ ელექტრონული.

პლაზმური ტალღების ჩახშობის დეკრემენტ δ -ს ითვლიან ზოგადი ფორმულით, იმ პირობით რომ ჩახშობა არის მცირე ($\delta \ll \omega$), $Im \varepsilon^l(\omega, k)$ მეშვეობით:

$$\delta = - \frac{Im \varepsilon^l(\omega, k)}{\frac{\partial}{\partial \omega_{Le}} Re \varepsilon^l(\omega, k)} \approx - \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Le}}{k^2 r_{De}^3} e^{-\frac{1}{2(kr_{De})^2} - \frac{3}{2}} \quad (6.6)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ როდესაც $kr_{De} \ll 1$ პლაზმური ტალღების ჩახშობა არის ექსპონენციალურად მცირე. მართლაც პლაზმური ტალღის ფაზური სიჩქარე ბევრად უფრო მეტია ვიდრე ელექტრონების სითბური სიჩქარე. ამიტომ პლაზმური ტალღის შთანთქმვაში იმ პირობებში როდესაც $\omega \approx \omega_{Le}$, და შესაბამისად $kr_{De} \ll 1$, მხოლოდ ძალიან სწრაფი ელექტრონები იღებენ მონაწილეობას (ნახ 6.ა), რომელთა რიცხვიც მაქსველის განაწილების დროს არის ექსპონენციალურად მცირე. ასეთ მიღევებს ეწოდება ლანდაუს მიღევა. (6.6) გამოსახულებიდან ჩანს რომ k -ს ზრდასთან ერთად პლაზმური ტალღების შთანთქმა იზრდება და როცა $kr_{De} \approx 1$, $\delta \approx \omega$. თუმცა k -ს დიდი მნიშვნელობებისთვის არ შეიძლება δ -თვის მიღებული გამოსახულებით სარგებლობა რადგან ის სამართლიანია როცა $kr_{De} \ll 1$. მაშასადამე (6.6)-დან შეგვიძლია დავინახოთ მხოლოდ ტენდენცია გასწვრივი პლაზმური ტალღის მიღევის ჩახშობა k -ს ზრდასთან ერთად, ანუ ტალღის სიგრძის შემცირება. გასწვრივი პლაზმური ტალღების სპექტრი რომელიც პლაზმაში წარმოქმნის რხევების მაღალსიხშირულ შტოს, ნაჩვენებია (ნახ 6.ა, ზედა მრუდი), მითუმეტეს სპექტრის ძლიერადმიღევადი ნაწილი $kr_{De} > 1$ არეში ნაჩვენებია დამტრახული ხაზით.



ნახ. 6 გასწვრივი ტალღების სიხშირეების სპექტრები გადაუგვარებელ პლაზმაში (ა) და გადაგვარებულ პლაზმაში (ბ)

2. შუალედური ტალღების არე, როდესაც გასწვრივი ტალღების ფაზური სიჩქარე აკმაყოფილებს პირობას

$$v_{Ti} \ll \frac{\omega}{k} \ll v_{Te} \quad (6.7)$$

იმ პირობით რომ $Re\omega \gg Im\omega$, ანუ სუსტი ჩახშობა, (6.1) დისპერსიული გამოსახულება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \frac{\omega_{Le}^2}{k^2 v_{Te}^2} \left(1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k v_{Te}} \right) - \frac{\omega_{Li}^2}{\omega^2} \left(1 + 3 \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\omega^2} \right) + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^3}{k^3 v_{Ti}^3} e^{-\frac{\omega^2}{2k^2 v_{Ti}^2}} = 0 \quad (6.8)$$

ამ განტოლების წარმოსახვითი წევრები არიან ნამდვილ წევრებზე უფრო მცირე. ამიტომ მისი ამოხსნა იოლად შეგვიძლია მივიღოთ ზოგადი მიახლოების მეთოდით, რომელიც უკვე გამოვიყენეთ (6.5) და (6.6) გამოსახულებების გამოსაყვანად. მაშასადამე გრძობივი ტალღების სიხშირეთა $\omega(k)$ სპექტრისთვის და ჩახშობის დეკრემენტი $\delta(k)$ -სთვის, ფაზური სიჩქარეების განსახილველ არეში ვიღებთ

$$\omega^2 = \omega_{Li}^2 \left(1 + \frac{1}{k^2 r_{De}^2} \right)^{-1} \quad (6.9)$$

$$\delta = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{M}{m} \frac{1}{Z} \frac{\omega^4}{k^3 v_{Te}^3} \left[1 + Z \sqrt{\frac{M}{m}} \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} e^{-\frac{\omega^2}{2k^2 v_{Ti}^2}} \right]$$

გათვალისწინებულია კვაზინეიტრალობის პირობა $N_e = ZN_i$, სადაც $Z = \frac{e_i}{e}$ - იონის დამუხტვის რიცხვი. $\omega \gg kv_{Ti}$ პირობიდან გამომდინარეობს რომ (6.9) სპექტრის მქონე ტალღები არსებობენ მხოლოდ არაიზოთერმულ პლაზმაში ($T_e \gg T_i$) და შემდეგი ტალღის სიგრძის მიდამოში $k^2 r_{De}^2 \ll 1$. ამ რხევების სპექტრი არის ნახ 6.ა-ზე (ქვედა მრუდი). სუსტად მიღევადი რხევების სპექტრი რომელსაც ჩვენ ვეძებდით დიდწილად დამოკიდებულია პლაზმის იონურ კომპონენტაზე, ამიტომ გასწვრივი რხევების პლაზმაში მას ხშირად იონურ ან დაბალსიხშირულ შტოს უწოდებენ. განსაკუთრებით მარტივ სახეს იღებს სპექტრი (6.9) ზღვარში $kr_{De} \ll 1$, როცა ის გადადის ეგრეთ წოდებულ იონურ-ბგერით რხევების სპექტრში:

$$\omega^2 = k^2 Z \frac{T_e}{M} = k^2 v_s^2 \quad (6.10)$$

$$\delta = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega \sqrt{\frac{m}{M}} \left[1 + Z \sqrt{\frac{M}{m}} \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} e^{-\frac{3}{2} - \frac{ZT_e}{2T_i}} \right]$$

ასეთ რხევებს არაიზოთერმულ პლაზმაში უწოდებენ იონურ-ბგერით რხევებს, ვინაიდან (6.10) სპექტრს აქვს მსგავსება ბგერითი ტალღის სპექტრთან; სითხეები ფაზური სიჩქარით

$$v_s = \sqrt{ZT_e/M}$$

განვსაზღვროთ რამდენად დიდი უნდა იყოს არაიზოთერმულობა, იმისთვის რომ დაცული იყოს პირობა $|\delta| \ll \omega$. მარტივია დავინახოთ რომ ამ უტოლობის შესასრულებლად აუცილებელია რომ $\left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} e^{-\frac{3}{2} - \frac{ZT_e}{2T_i}} \ll 1$, სადაც როცა $Z = 1$ ვიღებთ $\frac{T_e}{T_i} > 6$. მეორე ზღვარში მოკლე ტალღის სიგრძეების, როცა $k^2 r_{De}^2 \gg 1$, მაგრამ $k^2 r_{Di}^2 \ll 1$, სპექტრი (6.9) იღებს შემდეგ სახეს

$$\omega^2 \approx \omega_{Li}^2 \quad (6.11)$$

$$\delta = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} Z \frac{m}{M} \frac{\omega_{Li}}{k^3 r_{De}^3} \left[1 + Z \sqrt{\frac{M}{m}} \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} e^{-\frac{3}{2} - \frac{\omega_{Li}^2}{2k^2 v_{Ti}^2}} \right]$$

(6.11) დეკრემენტის ანალიზისას აჩვენებს რომ ეს რხევები არიან სუსტად მიღვეადი (ნახ 6.ა -ზე მას შეესაბამება ქვედა მრუდის ჰორიზონტალური მონაკვეთი) მაშინ როდესაც პლაზმა არის ძლიერად არაიზოთერმული. არაიზოთერმულ პლაზმაში რხევების ფიზიკური გაჩენა იონურ ლენგმიურის სიხშირეზე სავსებით ბუნებრივია, ვინაიდან ამ პირობებში სწრაფად და თავისუფლად მოძრავი ელექტრონებიქმნიან მუდმივ უარყოფით სივრცულ მუხტს, რომლის ფონზეც შესაძლებელია დაბალსიხშირული იონური რხევები სიხშირით ω_{Li} (ლენგმიურის რხევების მსგავსად დადებითი სივრცული იონური მუხტის ფონზე).

3. ყველაზე ნელი დაბალსიხშირული გრძივი ტალღების არე, რომელთათვისაც

$$\frac{\omega}{k} < v_{Ti}, v_{Te} \quad (6.12)$$

სიხშირეთა ამ არეში, თანახმად (5.14)-ისა, პლაზმის გრძივ დიელექტრიკულ შეღწევადობას აქვს იგივე სახე რაც სტატისტიკურ ზღვარში

$$\varepsilon^l(\omega, k) \approx \varepsilon^l(0, k) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{L\alpha}^2}{k^2 v_{T\alpha}^2} = 1 + \frac{1}{k^2 r_D^2} \quad (6.13)$$

სადაც $r_D = \left(\sum_{\alpha} \frac{1}{r_{D\alpha}^2} \right)^{-1/2}$ - გადაუგვარებელ პლაზმაში დეზაის რადიუსი.

ეს ნიშნავს რომ სიხშირეების ამ არეში ხდება ეკრანირება გრძივი ველის პლაზმაში ეკრანირების რადიუსით, რომელიც ტოლია დეზაის რადიუსის. ანალოგიურ ეკრანირებას აქვს ადგილი მაშინ როდესაც $kv_{Ti} \ll \omega \ll kv_{Te}$, $\omega \gg \omega_{Li}$ სიხშირეების არეში. ამ შემთხვევაში გრძივი დიელექტრიკული შეღწევადობა (5.14) აგრეთვე არაა დამოკიდებული სიხშირეზე, აქვს სახე (5.13)-ისა და დავყავართ ეკრანირების რადიუსზე $r_{კრ} = r_{De}$. ეს შეესაბამება გრძივი მაღალსიხშირული ველის ეკრანირებას სიხშირეთა შემდეგ არეში $\omega_{Li} < \omega < \omega_{Le}$.

7. დაუჯახებელი გადაგვარებული პლაზმის გასწვრივი რხევები

რამდენადაც ჩვენთვის ცნობილია მეტალების ელექტრონული პლაზმა და ნახევარგამტარების ელექტრონ-ხვრელური პლაზმა დაბალ ტემპერატურებზე არიან გადაგვარებული. გამოვიკვლიოთ რხევების ხასიათი ასეთი პლაზმის. გრძივი ტალღების დისპერსიული განტოლება იზოტროპული გადაგვარებული პლაზმისთვის თანახმად (5.18)-ისა, ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{3\omega_{L\alpha}^2}{k^2 v_{F\alpha}^2} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega}{k v_{F\alpha}} \ln \frac{\omega + k v_{F\alpha}}{\omega - k v_{F\alpha}} \right] = 0 \quad (7.1)$$

1. სწრაფი ტალღების არე, რომელთა ფაზური სიჩქარე ბევრად მეტია ელექტრონების და იონების ფერმის სიჩქარეზე, ანუ

$$\frac{\omega}{k} \gg v_{Fe}, v_{Fi} \quad (7.2)$$

ამ შემთხვევაში (7.1) განტოლება იღებს შემდეგ სახეს

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{3}{5} \frac{k^2 v_{Fe}^2}{\omega^2} \right) = 0 \quad (7.3)$$

აქედან რხევების სიხშირეების სპექტრი

$$\omega^2 = \omega_{Le}^2 \left(1 + \frac{1}{5} k^2 r_{De}^2 \right) \quad (7.4)$$

სადაც $r_{De}^2 = \frac{3v_{Fe}^2}{\omega_{Le}^2}$. ეს სპექტრი არის მსგავსი მაღალ სიხშირული ლენგმიურის რხევებისა გადაუგვარებელი პლაზმის (6.5) გამოსახულებაში, და აგრეთვე არის სამართლიანი $k^2 r_{De}^2 \ll 1$ ზღვარში. უნდა აღინიშნოს ელექტრონული რხევების გადაგვარებულ პლაზმაში თვისობრივი განსხვავება ლენგმიურების რხევებისაგან გადაუგვარებელ პლაზმაში. გადაგვარებული პლაზმის მაღალსიხშირული ელექტრონული რხევები ნაწილაკთა დაჯახებების გარეშე არ ჩაიხშობიან, მაშინ როდესაც ლენგმიურის რხევები გადაუგვარებელ პლაზმაში თუმცადა ექსპონენციალურად სუსტად, მაგრამ მაინც ჩაიხშობიან და ჩახშობის დეკრემენტი განისაზღვრება ფორმულით (6.6). ეს აიხსნება ფერმის სიჩქარეებით განაწილების თავისებურებით. საქმე იმაშია რომ გადაგვარებულ პლაზმაში თანახმად ელექტრონების ქაოსური მოძრაობის ფერმი სიჩქარეების განაწილებისა ვერ აჭარბებენ ფერმის სიჩქარეს, ამიტომ ფერმის სიჩქარეზე მაღალი სიჩქარის მქონე ელექტრონები ტალღების შთანთქმებაში მონაწილეობას არ იღებენ. გამომდინარე აქედან, გადაგვარებული პლაზმის ელექტრონული რხევები არ არიან მიღევადი ფაზურ სიჩქარემდე $\frac{\omega}{k} \rightarrow v_{Fe}$. მართლაც, $k^2 r_{De}^2 \gg 1$ ზღვარში (7.1) ტოლობიდან ვიღებთ

$$\omega = k v_{Fe} \left[1 + 2e^{\left(-\frac{2}{9} k^2 r_{De}^2 - 2\right)} \right] \quad (7.5)$$

ეს რხევები ცნობილია სახელწოდებით „ნულოვანი ბგერა“. ისინი წარმოადგენენ ლენგმიურის ტალღების გაგრძელებას (7.4) სპექტრის მოკლეტალღურ არეში (ნახ. 6.8 ზედა შტო).

2. განვიხილოთ გრძივი რხევები შუალედური ფაზური სიჩქარეების არეში, როცა $v_{Fe} \ll \frac{\omega}{k} \ll v_{Fi}$ და განტოლება (7.1) გადაგვარებული პლაზმისთვის ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \frac{3\omega_{Le}^2}{k^2 v_{Fe}^2} \left(1 + i \frac{\pi \omega}{2 k v_{Fe}} \right) - \frac{\omega_{Li}^2}{\omega^2} = 0 \quad (7.6)$$

საიდანაც ვპოულობთ სიხშირეების სპექტრს და რხევების ჩახშობის დეკრემენტს:

$$\omega^2 = \frac{\omega_{Li}^2}{1 + \frac{3\omega_{Le}^2}{k^2 v_{Fe}^2}}$$

$$\delta = -\frac{3\pi \omega^4}{4 k^3 v_{Fe}^3} \frac{M}{m} \frac{1}{Z} \quad (7.7)$$

აქ პლაზმის ელექტრონები იღებენ აქტიურ მონაწილეობას რხევების შთანთქმაში, ვინაიდან მათი ქაოსური მოძრაობის სიჩქარე ბევრად აღემატება რხევების ფაზურ სიჩქარეს. პლაზმის იონები საერთოდ არ შთანთქავენ ასეთ რხევებს, ამიტომ ჩახშობის დეკრემენტი მთლიანად განისაზღვრება ტალღების ელექტრონული ჩახშობით.

განხილულ დაბალსიხშირულ რხევებსაც გადაუგვარებელი პლაზმის იონურ-ბგერითი რხევების მსგავსად შეგვიძლია ვუწოდოთ გადაგვარებული პლაზმის იონურ-ბგერითი რხევები, მითუმეტეს, რომ ისინი არიან შესაძლებელი არამარტო გადაგვარებულ პლაზმაში არამედ ნაწილობრივად გადაგვარებულ პლაზმაში სადაც იონები არიან გადაუგვარებელი. ამასთან ერთად რხევების სპექტრი (7.7) არ იცვლება, იცვლება მხოლოდ ჩახშობის დეკრემენტი იმიტომ, რომ ხდება შთანთქმა მაქსველის განაწილების მქონე იონურ პლაზმაში:

$$\delta = -\frac{3\pi \omega^4}{4 k^3 v_{Fe}^3} \frac{M}{m} \frac{1}{Z} - \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega^4}{k^3 v_{Fi}^3} e^{\frac{-\omega^2}{k^2 v_{Fi}^2}} \quad (7.8)$$

უნდა აღინიშნოს რომ გადაგვარებულ ელექტრონ-იონურ პლაზმაში იონურ-ბგერითი რხევები არსებობენ ფაზურ სიჩქარეებამდე $\frac{\omega}{k} \rightarrow v_{Fi}$. თუმცა (7.7)-სგან განსხვავებით ასეთი რხევები შესაძლებელი არიან $k v_{Fi} \gg \omega_{Li}$ შუალედში, და მათი სპექტრი მოიცემა ფორმულით

$$\omega = kv_{Fi} \left\{ 1 + 2 \left(1 - i\pi \frac{M v_{Fi}^3}{m v_{Fe}^3} \right) \exp \left(-\frac{2}{3} \frac{k^2 v_{Fi}^2}{\omega_{Li}^2} - 2 \right) \right\} \quad (7.9)$$

დაბალსიხშირული გრძივი ტალღების სპექტრი გადაგვარებულ პლაზმაში ნაჩვენებია ნახ. 6.ბ (ქვედა შტო).

3. საბოლოოდ ყველაზე დაბალსიხშირულ არეში $\omega \ll kv_{Fe}, kv_{Fi}$ გადაგვარებულ პლაზმაში ადგილი აქვს გრძივი ველის ეკრანირებას, ვინაიდან

$$\varepsilon^l(\omega, k) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{3\omega_{L\alpha}^2}{k^2 v_{F\alpha}^2} = 1 + \frac{1}{k^2 r_D^2} \quad (7.10)$$

აქ

$$r_D = \left[\sum_{\alpha} \left(\frac{3\omega_{L\alpha}^2}{v_{L\alpha}^2} \right) \right]^{-1/2}$$

არის გადაგვარებული პლაზმის დეზაის რადიუსი, რომელიც განსაზღვრავს პლაზმის დაბალსიხშირული ველის ეკრანირების სიღრმეს.

ისევე როგორც გადაუგვარებელ პლაზმაში, ანალოგიურ ეკრანირებას გადაგვარებულ პლაზმაში ადგილი აქვს როცა $v_{Fi} \gg \frac{\omega}{k} \gg v_{Fe}$, $\omega_{Le}^2 \gg \omega^2 \gg \omega_{Li}^2$ სიხშირეთა არეში. ეკრანირების რადიუსი კი ტოლია r_{De} .

8. დაუჯახებელი იზოტროპული პლაზმის განივი ტალღები

შევსწავლოთ განივი ელექტრომაგნიტური ტალღების სპექტრი ერთგვაროვან იზოტროპულ პლაზმაში, რომელიც აღიწერება დისპერსიული განტოლებით:

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{tr}(\omega, k) = 0 \quad (8.1)$$

გადაუგვარებელი პლაზმის შემთხვევაში ამ განტოლებაში უნდა ჩაისვას განივი დიელექტრიკული შეღწევადობის გამოსახულება (5.14), გადაგვარებულის შემთხვევაში კი (5.18).

ანალოგიურად გავანალიზოთ (8.1) განტოლება დიდი და მცირე ფაზური სიჩქარეების ზღვრებში (მაღალი და დაბალი სიხშირეები).

1. სწრაფი ტალღების არე, როცა $\frac{\omega}{k} \gg v_{Te}$ გადაუგვარებელი პლაზმისთვის და $\frac{\omega}{k} \gg v_{Fe}$ გადაგვარებული პლაზმისთვის. განტოლება (8.1), (5.14) და (5.18) განტოლებების ჩასმის შემთხვევაში, მიახლოებით ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} \right) \approx 0 \quad (8.2)$$

აქედან ვიღებთ იზოტროპული პლაზმის მაღალსიხშირული განივი ტალღების სპექტრს, რომელიც არაა დამოკიდებული პლაზმის გადაგვარების ხარისხზე:

$$\omega^2 \approx k^2 c^2 + \omega_{Le}^2 \quad (8.3)$$

იონური შესაკრებლები სიხშირეების ამ არეში შეგვიძლია უგულებელვყოთ და ჩავთვალოთ პლაზმა ელექტრონულად. გარდა მაგისა განივი ტალღების სპექტრი არ არის დამოკიდებული ნაწილაკების სითბურ მოძრაობაზე, რადგან მათი ფაზური სიჩქარე სინათლის სიჩქარეზე მეტია და ბევრად აღემატება პლაზმის დამუხტული ნაწილაკების სითბურ ქაოსურ მოძრაობის სიჩქარეს. უკანასკნელის შედეგია ის, რომ არ არის არანაირი შთანთქმა ასეთი ტალღებისა პლაზმის ნაწილაკების მიერ, როცა უგულებელვყოთ დაჯახებებს. ანუ (5.14)-ს გააჩნია ნულისგან განსხვავებული წარმოსახვითი ნაწილი სინათლის სიჩქარეზე დიდი ფაზური სიჩქარეების შემთხვევაშიც კი. თუმცა ეს არის მაქსველის განაწილების უზუსტობის შედეგი სიჩქარეებზე $v \gtrsim c$ და შესაბამისად არც უნდა განვიხილოთ. გადაგვარებულ პლაზმაში კი ეს პრობლემა არ გვაქვს. სწრაფი მაღალსიხშირული განივი ტალღების დაუჯახებელ იზოტროპულ პლაზმაში არ შთაინთქმებიან (8.3) სპექტრით, და გრაფიკულად წარმოდგენილია ნახ. 8.

2. განივი ტალღების არე მცირე ფაზური სიჩქარეებით, როცა $\omega \ll kv_{Te}$ გადაუგვარებელი პლაზმისთვის და $\omega \ll kv_{Fe}$ გადაგვარებულისთვის. სიხშირეთა ამ არეში განურჩევლად იმისა თუ რა თანაფარდობაა ტალღის ფაზური სიჩქარისა და იონების ქაოსური მოძრაობის სიჩქარისა, პლაზმის დიელექტრიკულ შეღწევადობაში იონების შესაკრებელი შეგვიძლია უგულებელვყოთ. ამასთან გადაუგვარებელი პლაზმისთვის გვექნება

$$\varepsilon^{tr}(\omega, k) \approx 1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_{Le}^2}{\omega k v_{Te}} \quad (8.4)$$

ამ გამოსახულების (8.1)-ში ჩასმით მივიღებთ შემდეგ სპექტრს

$$\omega = -i \sqrt{\frac{2 k^3 c^2 v_{Te}}{\pi \omega_{Le}^2}} \quad (8.5)$$

აქედან ჩანს, რომ განივი რხევების სიხშირე არის სუფთა წარმოსახვითი. ეს ნიშნავს, რომ განივი რხევები დაბალსიხშირულ არეში აპერიოდულად ჩაიხშობიან მათი პლაზმის ელექტრონების მიერ ძლიერი

დაუჯახებელი შთანთქმის გამო. სიხშირეთა ამ არეში მათ არ განვიხილავთ როგორც ტალღებს. ამიტომ ხშირად როდესაც ლაპარაკობენ სწრაფ შთანთქმაზე დაბალსიხშირული განივი ველის, გულისხმობენ ამ ზღვრულ შემთხვევას.

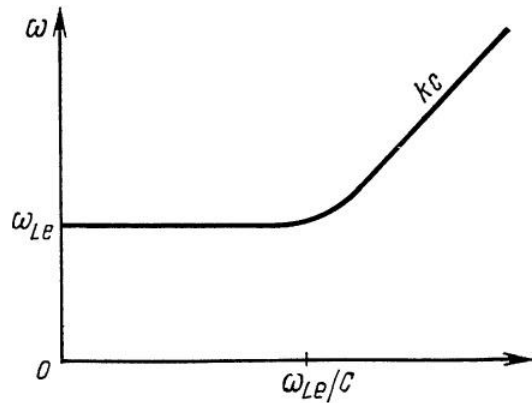
(8.5) დისპერსიული განტოლების ამოხსნით $k(\omega)$ -ს მიმართ, ვნახულობთ ტალღების ჩახშობის სივრცულ მაშტაბს, ანუ იგივე პლაზმის დაბალსიხშირული განივი ველის “შელწევადობის სიღრმე” λ_{L3} :

$$\lambda_{L3} = \frac{1}{Imk} = 2 \sqrt{\frac{2}{\pi} \left(\frac{c^2 v_{Te}}{\omega \omega_{Le}^2} \right)^{1/3}} \quad (8.6)$$

მიღებული შედეგადობის სიღრმე აღწერს სკინირების სიღრმეს (სკინ-ეფექტი) პლაზმის განივი ველისა, რომელიც დაკავშირებულია ენერჯის დისიპაციასთან ჩერენკოვის შთანთქმის გამო. λ_{L3} -ს გამოსახულებიდან გამომდინარეობს რომ შედეგადობის სიღრმე $\lambda_{L3} \sim \omega^{-1/3}$ განსხვავებით ჩვეულებრივი სიხშირული დამოკიდებულებისა: $\lambda_{L3} \sim \omega^{-1/2}$ -სკინ-შრის სიღრმე, რომელიც გამოწვეულია ნაწილაკების დაჯახებით. სკინ-ეფექტს, რომელიც გამოწვეულია პლაზმაში განივი ტალღების დაუჯახებელი ჩახშობით (შთანთქმით), უწოდებენ ანომალურს. ანალოგიურად ხდება სკინირება დაბალსიხშირული განივი ველის გადაგვარებულ პლაზმაში რომელშიც

$$\epsilon^{tr}(\omega, k) \approx 1 + i \frac{3\pi \omega_{Le}^2}{4\omega k v_{Fe}} \quad (8.7)$$

ამ გამოსახულების ჩასმა (8.1)-ში გვაძლევს არაპერიოდულად ჩახშობადი ტალღების სპექტრს:



ნახ. 7. იზოტროპულ პლაზმაში განივი ტალღების სპექტრი

$$\omega = -i \frac{4}{3} \frac{k^3 c^2 v_{Fe}}{\pi \omega_{Le}^2} \quad (8.8)$$

აქედან ვიღებთ დაბალსიხშირული ველის შეღწევადობის სიღრმეს გადაგვარებულ პლაზმაში:

$$\lambda_{L3} = \frac{1}{Imk} = 2 \left(\frac{4}{3\pi} \frac{c^2 v_{Fe}}{\omega \omega_{Le}^2} \right)^{1/3} \quad (8.9)$$

როგორც მოსალოდნელი იყო (8.7)-(8.9) ფორმულები თვისობრივად განსხვავდებიან (8.4)-(8.6) ფორმულებსგან, v_{Te} -ს ცვლილებით v_{Fe} -ზე.

(8.6) და (8.9) გამოსახულებებიდან სკინ-შრის სიღრმეზე შეგვიძლიათ ვთქვათ რომ დაუჯახებელ პლაზმაში როცა $\omega \rightarrow 0$ მაშინ $\lambda_{L3} \rightarrow \infty$, ანუ დაბალსიხშირული განივი ველი აღწევს პლაზმაში რამდენადაც უნდა იმდენად ღრმად. როგორც უკვე ვნახეთ გრძივი ველი სტატიკურ ზღვარში როდესაც $\omega \rightarrow 0$ ეკრანირდება, და შეღწევის სიღრმე ელექტროსტატიკური ველისა პლაზმაში განისაზღვრება დეზაის რადიუსის მიერ.

9. გადაგვარებული ფერმი პლაზმა გარეშე პარამეტრულ ელექტრომაგნიტურ ველში

განვიხილოთ ცვლადი ელექტრომაგნიტური ველი რომელიც მოდებულია პლაზმაზე. იონების მოწესრიგებული მოძრაობა გარეშე ელექტრომაგნიტურ ველში არის ბევრად მცირე ელექტრონებისაზე, ამიტომ ამ მოწესრიგებული იონების წვლილი პლაზმის პარამეტრულ მოუწესრიგებლობაში არის უმნიშვნელო. ამიტომ მომავალში იონების ოსცილატორულ მოძრაობას გარეშე ელექტრომაგნიტურ ველში უგულებელვყოფთ. ჩავთვალოთ რომ პლაზმის საკუთარი რხევების სიგრძე ბევრად მცირეა ვიდრე პლაზმის არაერთგვაროვნების მახასიათებელი და აგრეთვე უფრო ნაკლები ვიდრე გარეშე ელექტრომაგნიტური ტალღის სიგრძე. მაშინ გარეშე ველი შეგვიძლია ჩავთვალოთ სივრცულად ერთგვაროვნად და მისი დროითი დამოკიდებულება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით

$$\vec{E}_0(t) = \vec{E}_0 \sin \omega_0 t \quad (9.1)$$

გარეშე მაგნიტური ველი ჩავთვალოთ, რომ არის განივი. რამდენადაც ჩვენთვის ცნობილია, განივ ტალღას რომელიც ვრცელდება პლაზმაში გააჩნია წრიული

პოლარიზაცია. მხოლოდ იმ შემთხვევაში როდესაც ტალღის ფაზური სიჩქარე v_{ph} ბევრად მეტია ვიდრე სინათლის სიჩქარე c , ტალღის პოლარიზაცია მიუახლოვდება წრფივს: ელექტრული ველის დამახლოვობის გრძივი მდგენელის თანაფარდობა განივთან $\sim \frac{c}{v_{ph}}$. აღვნიშნოთ, რომ ამავე მიახლოებაში მაგნიტური კომპონენტი განივი ტალღისა შეგვიძლია ჩავთვალოდ მცირედ.

პლაზმაში რხევითი თვისებების შესასწავლად კინეტიკური ეფექტების გათვალისწინებით ჩვენ გამოვიყენებთ კინეტიკურ განტოლებას

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \frac{\vec{p}_\alpha}{m_\alpha} \left(1 + \frac{p_\alpha^2}{m_\alpha^2 c^2} \right)^{-1/2} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} + e_\alpha \left\{ \vec{E}_0(t) + \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_\alpha, \vec{B}] \right\} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{p}_\alpha} = 0 \quad (9.2)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha d\vec{p}_\alpha \quad (9.3)$$

სადაც m_α არის ელექტრონის და იონის უძრაობის მასა, $\alpha \equiv (e, i)$. იმ დაშვებით რომ გამოსაძიებელი რხევების სიხშირე პლაზმაში ბევრად მეტია ნაწილაკების დაჯახებათა სიხშირეზე, ჩვენ არ გავითვალისწინებთ დაჯახებათა ინტეგრალი (9.2) გამოსახულებაში. ჩვენ განვიხილავთ შემთხვევას როცა გარეშე მაგნიტური ველი არ გვაქვს.

როდესაც გარე ცვლადი ელექტრული ველის სიხშირე ბევრად მეტია ვიდრე პლაზმის პლაზმის საკუთარი სიხშირეები, პლაზმური რხევების გაძლიერება არ გვაქვს. თუმცადა ელექტრონების მოძრაობის რელატივისტური ხასიათი გარეშე ცვლად ელექტრულ ველში თვისობრივად ცვლის პლაზმის დისპერსიულ თვისებებს. მცირდება იონური შტოს სიხშირე პოტენციალური რხევებისთვის. იონურ-ბგერითი ტალღის ფაზური სიჩქარე უახლოვდება იონურ სითბურ სიჩქარეს, რაც იწვევს ტალღის ჩახშობას პლაზმის იონურ კომპონენტზე.

არ შევიზღუდებით განსახილველი ველების გავრცელების მიმართულებაში. იმისთვის, რომ გამოვარჩიოთ სუფთა გრძივი ტალღები აუცილებელია პირობა $\omega_0, \omega_{pe} \gg kc$, რომელსაც ჩავთვლით შესრულებულად როდესაც გვექნება ამის საჭიროება ($\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_0}{m_e}}$ - ელექტრონული პლაზმური სიხშირე). თუ ტალღური ვექტორი \vec{k} პარალელურია \vec{E}_0 -ისა, მაშინ ამ შემთხვევაში იოლად განვასხვავებთ განივ და გასწვრივ პლაზმურ რხევებს ერთმანეთისგან.

გავაწვრივოთ (9.2) გამოსახულება და დავუშვათ რომ კოორდინატული დამოკიდებულება გამოსახება $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ მამრავლით. გასწვრივი ტალღების აღსაწერად მივიღებთ განტოლებებს:

$$\frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial t} + i \frac{\vec{k}\vec{p}_\alpha}{m_\alpha} \left(1 + \frac{p_\alpha^2}{m_\alpha^2 c^2}\right)^{-1/2} \delta f_\alpha + e_\alpha \vec{E}_0(t) \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial \vec{p}_\alpha} + e_\alpha \vec{E} \frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial \vec{p}_\alpha} = 0 \quad (9.4)$$

$$i\vec{k}\vec{E} = 4\pi \sum_\alpha e_\alpha \int \delta f_\alpha d\vec{p}_\alpha \quad (9.5)$$

წონასწორული განაწილების როლში ავიღოთ მაქველის განაწილების ფუნქცია

$$f_{\alpha 0} \equiv f_{\alpha 0}(\vec{p} - \vec{p}_{\alpha 0}(t))$$

არარელატივისტური ტემპერატურების შემთხვევაში როცა $T_\alpha \ll m_\alpha c^2$ (9.4) და (9.5)-ის დახმარებით ფუნქციის განტოლება

$$\psi_\alpha(\vec{p}_\alpha, t) = \exp \left\{ i \int \frac{\vec{k}\vec{p}_{\alpha 0}(t') dt'}{\left(1 + \frac{p_{\alpha 0}^2}{m_\alpha^2 c^2}\right)^{1/2}} \right\} \delta f_\alpha(\vec{p} - \vec{p}_{\alpha 0}(t))$$

რომელიც აღწერს პლაზმაში პოტენციალურ რხევებს, შეგვიძლია დავიყვანოთ შემდეგ სახემდე

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial t} + i \left(\frac{\vec{k}\vec{p}_\alpha}{m_\alpha \left(1 + \frac{p_\alpha^2(t)}{m_\alpha^2 c^2}\right)^{1/2}} \right) \psi_\alpha - i\vec{k} \frac{\partial f_{\alpha 0}(|\vec{p}_\alpha|)}{\partial \vec{p}_\alpha} \sum_\beta \frac{4\pi e_\alpha e_\beta}{m_\alpha k^2} \int \psi_\beta d\vec{p}_\beta \\ \cdot \exp \left\{ i \int (\vec{k}, \vec{v}_{\alpha 0}(t) - \vec{v}_{\beta 0}(t')) dt' \right\} = 0 \end{aligned} \quad (9.6)$$

$\vec{p}_{\alpha 0}(t)$ მოიცემა გამოსახულებებით

$$\vec{p}_{e 0}(t) = \vec{p}_0 \cos \omega_0 t; \quad \vec{p}_{i 0}(t) = \vec{p}_0 \cos \omega_0 t$$

$$\vec{p}_0 = \frac{|e|\vec{E}}{\omega_0} \quad (9.7)$$

$$\vec{v}_{\alpha 0}(t) = \frac{\vec{v}_{\alpha 0} \cos \omega_0 t}{\left\{1 + \frac{v_{\alpha 0}^2}{c^2} \cos^2 \omega_0 t\right\}^{1/2}}$$

$$\vec{v}_{e0} = \frac{|e|\vec{E}_0}{m_e\omega_0}, \quad \vec{v}_{i0} = \frac{|e|\vec{E}_0}{m_i\omega_0} \quad (9.8)$$

რადგანაც ჩვენ ვთვლით გარე ველის სიხშირეს ω_0 ბევრად უფრო დიდს ვიდრე პლაზმის საკუთარი რხევების სიხშირეები ω , ამიტომ საპოვნელი ფუნქცია შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით

$$\psi_\alpha = \langle \psi_\alpha \rangle + \tilde{\psi}_\alpha$$

სადა $\langle \psi_\alpha \rangle$ გარე ელექტრული ველის პერიოდით გასაშუალოებული ψ_α , ხოლო $\tilde{\psi}_\alpha$ - მისი სწრაფად ცვლადი ნაწილი. შეფასებები მიღებული ჰიდროდინამიკურ არეში აჩვენებენ, რომ თანაფარდობა $\frac{\tilde{\psi}_\alpha}{\langle \psi_\alpha \rangle} \sim \frac{\omega}{\omega_0}$. ამიტომ შედარებით ნელა მოძრავი პლაზმის შემთხვევაში შეგვიძლია ვისარგებლოთ $\langle \psi_\alpha \rangle$ -თი. მომავალში ჩვენ დავინტერესდებით შემთხვევით როცა, ელექტრონების მოძრაობა გარეშე ველში შეგვიძლია ჩავთვალოთ რელატივისტურად, $p_0 \gg m_e c$, ხოლო იონების მოძრაობა - $p_0 \ll m_i c$ არარელატივისტური. დროის $2\pi/\omega_0$ დროის მონაკვეთით გასაშუალოებული განტოლება (9.6) მიიღებს სახეს

$$\frac{\partial \langle \psi_\alpha \rangle}{\partial t} + \frac{i}{m_\alpha} (\vec{k} \vec{p} C) - i\vec{k} \frac{\partial f_{\alpha 0}(|\vec{p}_\alpha|)}{\partial \vec{p}_\alpha} \sum_\beta \frac{4\pi e_\alpha e_\beta}{k^2} p_{\alpha\beta} \int \langle \psi_\beta \rangle d\vec{p}_\beta = 0 \quad (9.9)$$

სადაც

$$C = \left\langle \frac{1}{\left(1 + \frac{p_0^2}{m_e^2 c^2} \cos^2 \omega_0 t\right)^{1/2}} \right\rangle = \frac{2}{\pi} \frac{K\left(\frac{\left(\frac{p_0}{m_e c}\right)}{1 + \frac{p_0^2}{m_e^2 c^2}}\right)}{\sqrt{1 + \frac{p_0^2}{m_e^2 c^2}}}$$

$$C_{||} = C_{\perp} = C \quad (9.10)$$

$K(x)$ - პირველი რიგის ელიპტური ინტეგრალია

$$K(x) = \int_0^{2\pi} \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \Psi_\alpha \rangle + \frac{iC}{m\alpha} (\vec{k}\vec{p}) \langle \Psi \rangle - e\delta\varphi \vec{k} \frac{\partial f_{0e}}{\partial p} = 0$$

$$\langle \Psi_\alpha \rangle = e^{-i\omega t}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial p} = -\vec{V}\delta(\varepsilon - \mu); \quad \mu = \varepsilon_F$$

$$\int \frac{d\vec{p}\vec{k}\vec{V}\delta(\varepsilon - \mu)}{\omega - \frac{C}{m}\vec{k}\vec{p}} = \frac{1}{m} \int \frac{d\vec{p}\vec{k}\vec{p}\delta(\varepsilon - \mu)}{\omega - \frac{C}{m}\vec{k}\vec{p}} + \frac{\vec{k}}{m} \int d\vec{p} \cdot \vec{p}^2 \vec{p} \cdot \int \frac{d\theta \sin\theta \cdot \cos\theta}{\omega - \frac{C}{m}\vec{k}\vec{p} \cdot \cos\theta} =$$

$$= \frac{k}{m} \frac{p_F^4}{4} (-1) \int \frac{d\cos\theta \cdot \cos\theta}{\frac{\omega m}{Ck p_F} - \cos\theta} \sim p_F^3 (-1) \int \frac{dx \cdot x}{\alpha - x}$$

$$- \int_1^{-1} \frac{dx \cdot (\alpha - x)}{\alpha - x} + \alpha \int_1^{-1} \frac{dx}{\alpha - x} = 2 + \alpha \ln(\alpha - x) \Big|_1^{-1} =$$

$$2 + \alpha \ln\left(\frac{\alpha + 1}{\alpha - 1}\right) = 2\left(1 + \frac{\omega}{2CkV_F} \ln \frac{\omega + kV_F C}{\omega - kV_F C}\right)$$

$$\varepsilon = 1 + \frac{3\omega p_e^2}{k^2 V_{Fe}^2 C^2} \left(1 - \frac{\omega}{2kV_{Fe}C} \ln \frac{\omega + kV_{Fe}C}{\omega - kV_{Fe}C}\right) + \frac{3\omega p_i^2}{k^2 V_{Fi}^2} \left(1 - \frac{\omega}{2kV_{Fi}C} \ln \frac{\omega + kV_{Fi}C}{\omega - kV_{Fi}C}\right) = 0$$

დისპერსიული თანაფარდობა ელექტრონ-იონური რხევის შემთხვევაში.

- 1) ვიხილავთ მაღალი სიხშირის რხევებს დაკავშირებულს ელექტრონებთან, იონები გაჩერებულია $n_{0e} = n_{0i}$

- a) ტომას-ფერმის ეკრანირება $\text{div}\vec{D} = 0; \vec{k}\vec{D} = 0; \vec{k}\vec{E}\varepsilon = 0$

$$\omega = 0; \quad \varepsilon = 1 + \frac{1}{k^2 r_{TF}^2}; \quad r_{TF}^2 = \frac{V_{Fe}^2 C}{3\omega_{pe}^2}$$

$$\text{div}\vec{E}\varepsilon = 4\pi q\delta(\vec{r}); \quad \vec{E} = -\nabla\varphi; \quad -\varepsilon\Delta\varphi = 4\pi q\delta(\vec{r}); \quad \varphi = A e^{i\vec{k}\vec{r}}; \quad \Delta\varphi = -k^2\varphi(k)$$

$$\varepsilon k^2\varphi(k) = 4\pi q \int d\vec{r}\delta(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} = 4\pi q$$

$$\varphi(k) = \frac{4\pi q}{\varepsilon k^2} = \frac{4\pi q}{k^2 + k_{TF}^2}; \quad \frac{1}{r_{TF}^2} = k_{TF}^2$$

$$\varphi(k) = 4\pi q \int \frac{d\vec{k} e^{i\vec{k}\vec{r}}}{k^2 + k_{TF}^2} = \frac{q}{r} e^{-\frac{r}{r_{TF}}}$$

$$\omega \gg kV_{Fe}C$$

$$\ln \frac{\omega + kV_F C}{\omega - kV_F C} = \ln \frac{1 + \frac{kV_F C}{\omega}}{1 - \frac{kV_F C}{\omega}} = \frac{2kV_F C}{\omega} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{k^2 V_F^2 C^2}{\omega^2}\right)$$

$$1 - \left(1 + \frac{1}{3} \frac{k^2 V_F^2 C^2}{\omega^2}\right) = -\frac{1}{3} \frac{k^2 V_F^2 C^2}{\omega^2}$$

$$1 - \frac{\omega_p^2 C}{\omega^2} = 0; \quad \omega^2 = \omega_p^2 C$$

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m}$$

$$m_{dt} = m_0 \left\langle \sqrt{1 + \frac{p_0^2}{m_0^2 c^2}} \right\rangle = m_0 \left\langle \sqrt{1 + \frac{p_0^2 \cos \omega t}{m_0^2 c^2}} \right\rangle =$$

$$= m_0 \sqrt{1 + \frac{p_0^2}{m_0^2 c^2}} \left\langle \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \omega_0 t} \right\rangle$$

b) იონური ბგერა $kV_{Fi} \ll \omega \ll kV_{Fe} \cdot C$

$$\ln(y < 0) = -i\pi$$

$$1 + \frac{1}{k^2 r_{TF}^2 C^2} \left(1 + i\pi \frac{\omega}{2kV_{Fe} C}\right) - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} = 0$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{(\omega' + i\omega'')^2} = \frac{1}{\omega'^2} \left(1 - \frac{2i\omega''}{\omega'}\right)$$

$$1 + \frac{1}{k^2 r_{TF}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega'^2} = 0$$

$$\omega' = \frac{\omega_{pi}}{\sqrt{1 + \frac{1}{k^2 r_{TF}^2}}} = \frac{\omega_{pi} k r_{TF}}{\sqrt{1 + k^2 r_{TF}^2}}$$

(9.11)

აქ ჩვენ ვხედავთ რომ იონური ბგერის დისპერსია მცირდება $C < 1$ -ზე კოეფიციენტებისთვის.

$$2 \frac{\omega_{pi}^2}{\omega'^3} \omega'' + \frac{\pi \omega'}{k^2 r_{TF}^2 2kV_{Fe} C} = 0$$

$$\omega'' = -\frac{\pi}{4(kr_{TF})^3} \frac{\omega'^4}{\omega_{pe} \omega_{pi}^2}$$

(9.12)

იონური ბგერის დეკრემენტიც აგრეთვე მცირდება, რაც იმას ნიშნავს რომ პლაზმის ტალღების ჩახშობა ხდება უფრო სუსტად.

დასკვნა

ამ ნაშრომში, ჩვენ განვიხილეთ ფერმის გადაგვარებული პლაზმა გარე ელექტრომაგნიტურ ველში, რომელიც დროის მიხედვით იცვლება ჰარმონიული კანონით პლაზმის საკუთარ სიხშირეზე მეტი სიხშირით. გამოვიყვანეთ შესაბამის დინამიური განტოლება განაწილების ფუნქციის შემფოთებისთვის და მისი ამოხსნით მივიღეთ ჯერ ზოგადი გამოსახულება დიელექტრიკული შეღწევადობის კოეფიციენტის და მისი ნულთან გატოლებით მივიღეთ დისპერსიული თანაფარდობა ასეთ პლაზმაში გავრცელებადი რხევებისთვის. ამ დისპერსიული თანაფარდობის საშუალებით გამოვიკვლიეთ სამიხ ძირითადი რეჟიმი:

1. დაბალსიხშირული და ვაჩვენეთ, რომ ამ დროს ადგილი აქვს ტომას-ფერმის ეკრანირებას,
2. მაღალსიხშირული, სადაც ხდება ელექტრონული ლენგმიურის ტალღების გავრცელება. ჩვენ გამოვიყვანეთ ამ ტალღების დისპერსიული თანაფარდობა, რომელიც თისობრივად განსხვავდება კლასიკური შემთხვევისგან. ვაჩვენეთ, რომ ასეთ გარე ველის გავლენით ტალღების ჩახშობა უფრო სუსტდება.
3. შუალედური სიხშირეებისთვის, როცა ხდება პლაზმაში იონურ-ბგერითი ტალღების გავრცელება. ჩვენ გამოვიყვანეთ ამ ტალღებისთვისაც შესაბამისი დისპერსიული განტოლება და შევადარეთ კლასიკურ შემთხვევას. ვაჩვენეთ, რომ გარე ველის გავლენით ხდება ჩახშობის დეკრემენტის შემცირება.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. Н.Л. Цинцадзе, Д.Д. Цхакая – Релятивистские Нелинейные Эффекты в Плазме
2. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А., Основы электродинамики плазмы